Теоретический материал по теме «Параллелепипед»

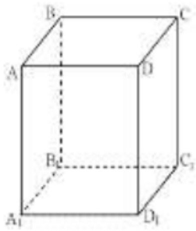

Рис. 1

Определение. Параллелепипедом называется призма, в основании которой лежит параллелограмм (квадрат, прямоугольник, ромб) (рис. 1).

Элементы параллелепипеда и их свойства

1. Параллелограммы, из которых составлен параллелепипед, называются **гранями. Два из них – верхний** ABCD **и нижний** $A_1B_1C_1D_1$ являются **основаниями параллелепипеда**, остальные называются боковыми гранями – это ABB_1A_1, BCC_1B_1, CDD_1C_1, ADD_1A_1. **Противоположные грани** параллелепипеда параллельны и равны.

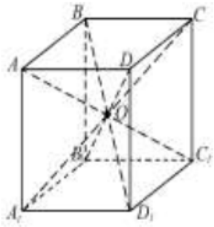
Рис. 2

2. Отрезки, соединяющие соответствующие вершины AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 называются **боковыми рёбрами**. Между собой все боковые ребра параллельны и равны.

3. Диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся этой точкой пополам (рис. 2). Эту точку называют **точкой симметрии параллелепипеда.**

Классификация параллелепипедов

Наклонный
Опр. Если боковые ребра параллелепипеда не перпендикулярны к его основаниям, то параллелепипед называется **наклонным.**

Прямой
Опр. Если боковые ребра параллелепипеда перпендикулярны к его основаниям, то параллелепипед называется **прямым.**

Прямоугольный
Опр. Прямой параллелепипед называется **прямоугольным**, если в его основании лежит прямоугольник.

Куб
Опр. Прямоугольный параллелепипед, у которого все ребра равны, называется кубом.

Прямоугольный параллелепипед

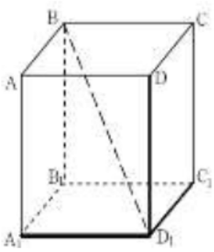
Рис. 3

1. Длины непараллельных ребер прямоугольного параллелепипеда называются его **линейными измерениями.**

2. **Теорема о диагонали прямоугольного параллелепипеда.** В прямоугольном параллелепипеде квадрат любой диагонали равен сумме квадратов трех его линейных измерений.

3. Например, пусть $D_1A_1,\ D_1D,\ D_1C_1$ – линейные измерения прямоугольного параллелепипеда, изображенного на рисунке 3, тогда его длина его диагонали D_1B будет равна

$$D_1B^2 = D_1A_1^{\ 2} + D_1D^2 + D_1C_1^{\ 2}$$

Площади поверхностей и объем параллелепипеда

1. **Полная поверхность любого параллелепипеда** состоит из двух оснований и боковой поверхности и вычисляется по формуле:

$$S_{п.п.} = 2 \cdot S_{осн.} + S_{б.п.}, \text{ где}$$

$S_{осн}$ *- площадь одного основания параллелепипеда.*

$S_{б.п.}$ *- площадь боковой поверхности параллелепипеда.*

2. **Боковая поверхность любого параллелепипеда** состоит из 1 боковых граней. Например, на рисунке 1 одной из боковых граней изображенного параллелепипеда является параллелограмм AA_1B_1B.

3. **Площадь боковой поверхности наклонного параллелепипеда** можно вычислить как сумму площадей всех его боковых граней или по формуле:

$$S_{б.п.} = P_{п.сеч.} \cdot a, \text{ где}$$

$P_{п.сеч.}$ *– периметр перпендикулярного сечения наклонного параллелепипеда;*

a *– боковое ребро.*

4. **Площадь боковой поверхности прямого параллелепипеда и его частных случаев** вычисляется по формуле:

$$S_{б.п.} = P \cdot h, \text{ где}$$

P – периметр - сумма длин сторон основания прямого параллелепипеда;

h – высота (в прямом параллелепипеде высота равна длине бокового ребра).

5. **Объём наклонного параллелепипеда** можно вычислить по формуле

$$V = S_{п.сеч.} \cdot a, \text{ где}$$

$S_{п.сеч.}$ *– площадь перпендикулярного сечения наклонного параллелепипеда;*

a *– боковое ребро.*

6. **Объём прямого параллелепипеда и его частных случаев** вычисляется по формуле:

$$V = S_{осн} \cdot h, \text{ где}$$

$S_{осн}$ *- площадь основания параллелепипеда,*

h – высота (в прямом параллелепипеде высота равна длине бокового ребра).

Куб

Прямоугольный параллелепипед, у которого все ребра равны, называется **кубом** (рис.4)

Свойства куба

1. Все 6 граней куба – равные квадраты.
2. Все диагонали куба равны и точкой пересечения делятся пополам.
3. Из теоремы о диагонали прямоугольного параллелепипеда:

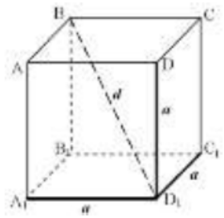

Рис. 4

так как у куба все ребра равны, тогда если

$D_1B = d$; $D_1A_1 = D_1D = D_1C_1 = a$**, то получим, что**

$$d^2 = a^2 + a^2 + a^2$$
$$d^2 = 3a^2$$
$$\underline{d > 0,\ d = a\sqrt{3}}$$

4. Площадь одной грани куба с ребром, равным а: $S_{1грани.} = a^2$.
5. Площадь боковой поверхности куба с ребром, равным а: $S_{б.п.} = 4a^2$.
6. Площадь полной поверхности куба с ребром, равным а: $S_{п.п.} = 6a^2$.
7. Объем куба с ребром, равным a: $V = a^3$.