

Справочный материал

Логарифмом числа b ($b > 0$) по основанию a ($a > 0, a \neq 0$) называется показатель степени c , в которую надо возвести число a , чтобы получить число b .

$$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b, \text{ где } a > 0, a \neq 0, b > 0$$

Следуя определению, можно получить **основное логарифмическое тождество**:

$$a^{\log_a b} = b, \quad a > 0, a \neq 0, b > 0.$$

Основные свойства логарифмов

Свойства логарифмов при любом $a > 0, a \neq 1$, и любых $x > 0, y > 0$ и любого действительного p :

1. $\log_a 1 = 0$.
2. $\log_a a = 1$.
3. $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$.
4. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.
5. $\log_a x^p = p \log_a x$.
6. $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$.

Следствия из основных свойств:

1. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$.
2. $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$.
3. $\log_{\frac{1}{a}} b = -\log_a b$.

Если основание логарифма $a = 10$, то такой логарифм называется **десятичным** и обозначается $\lg b$, т.е. $\log_{10} b = \lg b$.