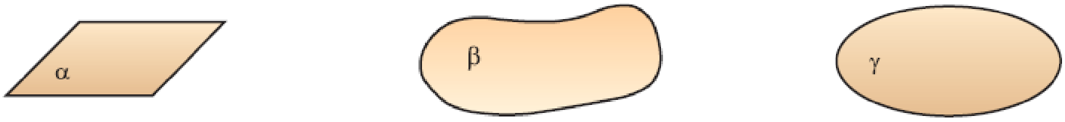
## Теоретический материал
## по теме «Основные понятия стереометрии».

***Стереометрия*** — это раздел геометрии, в котором изучаются свойства фигур в пространстве. Слово «стереометрия» происходит от греческих слов «стереос» – объемный и «метрео» – измерять.

Основные фигуры планиметрии — *точка и прямая* — автоматически становятся основными фигурами стереометрии. Как и в планиметрии, точки обозначают прописными буквами латинского алфавита — $A, B, C$, ..., прямые — строчными буквами латинского алфавита — $a, b, c, \dots$ .

В пространстве рассматривается еще одна основная фигура — ***плоскость***. Ее можно представить как идеально гладкую поверхность доски, которая продлена во все стороны до бесконечности. Плоскости обозначают строчными буквами греческого алфавита $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ и изображают по-разному. На рисунке показаны примеры изображения плоскостей на листе бумаги.

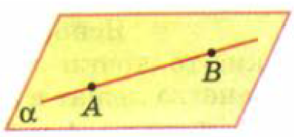


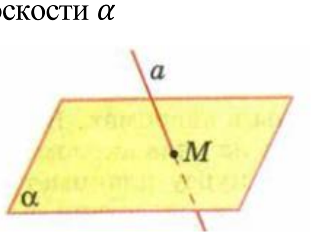

Плоскость принято считать непрозрачной, поэтому части линий, которые «скрыты» под плоскостью изображают пунктиром.

Плоскость понимают также как множество точек.

Если $A$ — точка плоскости $\alpha$, то говорят, что ***точка A лежит в плоскости α, а плоскость α проходит через точку A***. Записывают: $A \in \alpha$. Запись $A \notin \alpha$ означает, что точка $A$ не лежит в плоскости $\alpha$.

Если каждая точка прямой $a$ принадлежит плоскости $\alpha$, то говорят, что ***прямая a лежит в плоскости α, а плоскость α проходит через прямую a.*** Записывают: $a \subset \alpha$. Запись $b \not\subset \alpha$ означает, что прямая $b$ не лежит в плоскости $\alpha$




Если прямая $a$ и плоскость $\alpha$ имеют только одну общую точку $A$, говорят, что ***они пересекаются в точке A. Записывают:*** $\boldsymbol{a \cap \alpha = A}$. На рисунке невидимую часть прямой (за плоскостью) изображают штриховой линией.

Основные свойства точек, прямых и плоскостей, касающиеся их взаимного расположения, выражены в аксиомах.

***Аксиома*** – это утверждение, которое не требует доказательства. Система аксиом стереометрии состоит из двух групп. Первая из них включает все аксиомы планиметрии. Они выполняются в каждой плоскости пространства. Эти аксиомы вам известны из курса планиметрии. Здесь рассмотрим группу аксиом, выражающую основные свойства плоскостей в пространстве.

*1° Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, можно провести плоскость, и притом только одну*

*2° Если две различные плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по прямой, проходящей через эту точку.*

*3° Если две точки прямой принадлежат плоскости, то вся прямая принадлежит этой плоскости.*

Благодаря первому свойству плоскость можно обозначать тремя ее точками. Если плоскость определена тремя точками, которые не лежат на одной прямой, например $A, B, C$, то в таком случае плоскость обозначают — $(ABC)$. Читается: «плоскость $ABC$».

***Теорема*** – это утверждение, которое требуется доказать. Теоремы используют для доказательства других утверждений. Простейшими теоремами являются ***следствия из аксиом стереометрии.***

**Теорема 1.** Через прямую и точку, не лежащую на ней, можно провести плоскость и притом только одну.

*Доказательство.* Данная точка и две точки прямой составляют три точки, не лежащие на одной прямой. По аксиоме 1 через них проходит единственная плоскость. По аксиоме 3 данная прямая лежит в этой плоскости.

**Теорема 2.** Через две пересекающиеся прямые можно провести плоскость и притом только одну.

*Доказательство.* На каждой из прямых можно взять по одной необщей точке. Вместе с точкой пересечения прямых они образуют три точки, не лежащие на одной прямой. По аксиоме 1 через них проходит единственная плоскость. По аксиоме 3 обе прямые лежат в этой плоскости.

**Теорема 3.** Через две параллельные прямые можно провести плоскость и притом только одну.

*Доказательство.* По теореме 1 через одну из параллельных прямых и произвольную точку другой прямой можно провести плоскость, и притом только одну.

Если учесть вышеизложенное, то можно сделать вывод, что плоскость однозначно определяют:

1) три точки, не лежащие на одной прямой;

2) прямая и точка, не принадлежащая этой прямой;

3) две пересекающиеся прямые;

4) две параллельные прямые.