

Справочный материал

Простейшим логарифмическим уравнением называется уравнение вида $\log_a x = b$ (где $x > 0, a > 0, a \neq 1, b$ – любое число). Схема решения простейшего логарифмического уравнения:

$$\log_a x = b \leftrightarrow x = a^b \quad (\text{для любого } b \text{ и } x > 0, a > 0, a \neq 1).$$

I. Графический метод

Функционально-графический метод применяется в основном для решения простейших логарифмических уравнений вида $\log_a x = f(x)$ (где, $x > 0, a > 0, a \neq 1$).

Чтобы решить такое уравнение данным методом необходимо построить графики функций $y = \log_a x$ и $y = f(x)$, а затем найти точки их пересечения. Корнями уравнения служат абсциссы этих точек.

II. Решение логарифмических уравнений методом потенцирования

Потенцированием уравнения называется переход от уравнения $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ к уравнению $f(x) = g(x)$.

Запись решения уравнения:

$$\log_a f(x) = \log_a g(x)$$

Решение.

- 1) Потенцируем, т.е. решаем уравнение $f(x) = g(x)$.
- 2) Проверяем найденные корни по условиям ОДЗ $\begin{cases} f(x) > 0; \\ g(x) > 0. \end{cases}$

III. Метод введения новой переменной

$$a \log_m^2 x + b \log_m x + c = 0$$

$$\text{ОДЗ: } x > 0, m > 0, m \neq 1.$$

$$1) \log_m x = t$$

$$at^2 + bt + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Сделаем обратную замену:

$$\begin{cases} \log_m x = t_1, \\ \log_m x = t_2. \end{cases}$$

Получили простейшие логарифмические уравнения, которые решаем по схеме выше и получаем ответ.

$$\begin{cases} x = m^{t_1}, \\ x = m^{t_2}. \end{cases}$$

IV. Метод логарифмирования

При решении уравнений, содержащих **переменную и в основании, и в показателе степени**, используется метод логарифмирования. Если при этом в показателе степени содержится логарифм, то обе части уравнения надо прологарифмировать по основанию этого логарифма.